

Syllabus: Geometría Algebraica

Luis Manuel Reyes de la Luz

Febrero 2026

1 DESCRIPCIÓN DEL CURSO

Este curso constituye una invitación a explorar uno de los puentes más profundos de la matemática moderna: la conexión intrínseca entre la estructura rigurosa del álgebra conmutativa y la intuición visual de la geometría. A lo largo del semestre, construiremos el diccionario fundamental que traduce ideales polinomiales en objetos geométricos, partiendo del célebre Teorema de los Ceros de Hilbert en espacios afines hasta alcanzar la elegancia global del espacio proyectivo.

Transitaremos desde la resolución de problemas clásicos —como el Teorema de Bézout y la configuración de las 27 líneas en una superficie cúbica— hasta el dominio de herramientas computacionales contemporáneas como las Bases de Gröbner. Más que un estudio de ecuaciones, proponemos una nueva forma de ver el álgebra, culminando con una introducción al lenguaje de esquemas que ha redefinido la geometría en el último siglo.

2 INFORMACIÓN GENERAL Y LOGÍSTICA

Inicio de	Martes 3 de febrero.
Actividades:	
Primera Sesión:	Se llevará a cabo una reunión presencial para presentar la dinámica de trabajo y los criterios de evaluación.
Prerrequisitos:	Álgebra Lineal y un curso sólido de Álgebra Moderna (Anillos y Campos).
Classroom:	Clic Aquí

3 CONTENIDO TEMÁTICO

I. Introducción y Fundamentos

1. Un repaso rápido de Álgebra Conmutativa.
2. Operadores de cerradura y Conexiones de Galois.
3. Topologías definidas sobre cerrados.
4. Conjuntos Algebraicos y sus morfismos.
5. La correspondencia V e I y el Teorema de los Ceros de Hilbert.
6. Conjuntos algebraicos y su topología (Topología de Zariski).

II. Variedades Afines y Funciones

1. Funciones regulares y el anillo de coordenadas.
2. Teorema de normalización de Noether.
3. Dimensión de conjuntos algebraicos.
4. Funciones racionales sobre variedades afines.

III. Geometría Projectiva

1. Variedades Projectivas y Álgebras graduadas.
2. Variedades Grassmannianas.
3. Funciones Regulares sobre variedades projectivas.
4. Criterios de Regularidad.

IV. Propiedades Geométricas e Intersección

1. Espacio tangente y singularidades.
2. Introducción a la independencia de polinomios y dimensión de una variedad projectiva.
3. Orden de una variedad projectiva, cono tangente y multiplicidad.
4. Teoría de Eliminación y el Resultante.
5. Teorema de Bézout para curvas planas.
6. Transversalidad y el teorema de Bézout.
7. Introducción a las bases de Gröbner.

V. Temas Selectos

1. Curvas algebraicas y el teorema de Lüroth.
2. Introducción a los divisores en curvas algebraicas.
3. Superficies Racionales.
4. Superficies Cúbicas y la configuración de 27 líneas.
5. El diccionario del álgebra conmutativa y geometría: Espectro de un anillo y su geometría.

4 BIBLIOGRAFÍA DEL CURSO

- [1] **Cutkosky, S. D.** (2018). *Introduction to Algebraic Geometry*. American Mathematical Society.
- [2] **Beltrametti, M. C., Carletti, E., Gallarati, D., & Monti Bragadin, G.** (2009). *Lectures on Curves, Surfaces and Projective Varieties: A Classical View of Algebraic Geometry*. European Mathematical Society.
- [3] **Hulek, K.** (2003). *Elementary Algebraic Geometry*. American Mathematical Society.
- [4] **Milne, J. S.** (2008). *Algebraic Geometry* (Version 5.10).
- [5] **Kunz, E.** (1985). *Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry*. Birkhäuser.